



**DEPARTEMENT  
BILDUNG, KULTUR UND SPORT**  
Abteilung Berufsbildung und Mittelschule  
Sektion Mittelschule

**MITTELSCHULEN AARGAU**

**AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM**

---

**Mathematik**

---

Lösungen 2024

## LÖSUNGEN AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM AARGAU 2024

### Mathematik, 1. Serie

#### Allgemeine Korrekturhinweise für die Aufnahmeprüfung Mathematik

- Formfehler (bei richtiger Rechnung vergessene Klammerzeichen, unberechtigte Gleichheitszeichen, ...) geben keine Abzüge.
- Pro Serie wird **genau einmal** ein Fehler der folgenden Art ohne Abzug toleriert (sofern dadurch der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).
  - Abschreibfehler oder Übertragungsfehler, sofern keine Termumformungen darin enthalten sind.
  - Falsche Masse oder andere kleine Fehler bei Konstruktionen, die vergleichbar sind mit Abschreibfehlern.
  - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
  - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Die folgenden Fehler geben jeweils einen Abzug von 0.5 Punkten:
  - Rechnungsfehler, Vorzeichenfehler.
  - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
  - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Existieren zu einer Aufgabe mehrere Lösungsansätze und Ergebnisse, so werden für die entsprechenden Aufgaben keine Punkte verteilt.
- Eine richtige, durch Erraten erhaltene Lösung ergibt keine Punkte.
- Wird eine Aufgabe nach einem Rechen- oder Konstruktionsfehler korrekt fertig gelöst, so werden die dem Fehler nachfolgenden Lösungsschritte entsprechend dem Korrekturschema bewertet (sofern durch den Fehler der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).
- Kann bei einer Aufgabe ein Zwischenschritt nicht berechnet oder konstruiert werden oder wird dazu ein falscher Lösungsansatz oder eine falsche Gleichung verwendet, so ergeben die nachfolgenden, auf diesem Zwischenschritt aufbauenden Lösungsschritte keine Punkte.

**Aufgabe 1:**

a)  $\frac{2b}{b-a} : \frac{b^2+b}{b^2-a^2}$

Zähler 2. Bruch faktorisiert:  $b(b+1) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Nenner 2. Bruch faktorisiert:  $(b+a)(b-a) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Mit Kehrwert multipliziert:  $\frac{2b}{b-a} \cdot \frac{(b+a)(b-a)}{b(b+1)} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Alle Faktoren korrekt zusammengefasst und gekürzt:  $\frac{2(a+b)}{b+1}$  oder  $\frac{2a+2b}{b+1} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

b)  $1 - \frac{2}{x-1} - \frac{4-4x}{x^2-2x+1}$

Hauptnenner bestimmt:  $(x-1)^2 \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Brüche gleichnamig gemacht und addiert:  $\frac{(x-1)^2 - 2(x-1) - (4-4x)}{(x-1)^2} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Zähler zusammengefasst:  $\frac{x^2-1}{(x-1)^2} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Alle Faktoren korrekt gekürzt:  $\frac{x+1}{x-1} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Alternativer Lösungsweg:

3. Bruch faktorisiert:  $\frac{4(1-x)}{(x-1)^2} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

3. Bruch gekürzt:  $\frac{-4}{x-1} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Brüche gleichnamig gemacht und addiert:  $\frac{x-1-2+4}{(x-1)} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Zähler zusammengefasst:  $\frac{x+1}{x-1} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

**Aufgabe 2:**

a)  $\frac{2}{3x} + \frac{5}{2-2x} - \frac{2x}{1-x} = 2$

Hauptnenner bestimmt:  $6x(1-x) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Mit HN multipliziert:  $2 \cdot 2(1-x) + 5 \cdot 3x - 2x \cdot 6x = 2 \cdot 6x(1-x) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Ausmultipliziert:  $4 - 4x + 15x - 12x^2 = 12x - 12x^2 \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Resultat:  $x = 4 \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

b) Vereinfache soweit wie möglich:

$$\frac{\frac{a-2}{a}}{a+1-\frac{6}{a}}$$

Nenner gleichnamig gemacht:  $\frac{a^2+a-6}{a} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Mit Kehrwert multipliziert  $\frac{a-2}{a} \cdot \frac{a}{a^2+a-6} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Nenner 2. Bruch faktorisiert:  $\frac{a-2}{a} \cdot \frac{a}{(a+3)(a-2)} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Alle Faktoren korrekt gekürzt:  $\frac{1}{a+3} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

### Aufgabe 3:

In einer Klasse einer Sprachschule befinden sich acht Personen aus der Schweiz, fünf Personen aus Deutschland und vier Personen aus Italien. Aus diesen siebzehn Leuten werden nacheinander drei Personen zufällig für eine Gruppenarbeit ausgewählt.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste ausgewählte Person aus der Schweiz kommt?

$$P(S) = \frac{8}{17} \approx 0.471 = 47.1 \% \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei ausgewählten Personen aus der Schweiz kommen?

$$P(S, S, S) = \frac{8}{17} \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{6}{15} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$
$$\frac{8}{17} \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{6}{15} = \frac{7}{85} \approx 0.082 = 8.2 \% \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Gruppe genau eine Person aus der Schweiz vertreten ist?

$$P(S, kS, kS) = P(kS, kS, S) = P(kS, S, kS) = \frac{8}{17} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{12}{85} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$P(\text{genau eine Person aus der Schweiz}) = 3 \cdot \frac{12}{85} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Resultat: } \frac{36}{85} \approx 0.424 = 42.4 \% \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

Als korrektes Resultat gilt jeweils der gekürzte Bruch, die Dezimalzahl oder die Prozentzahl.

#### Aufgabe 4:

Tobias, Mario und Marie arbeiten als Krankenpflegehelfer in verschiedenen Einrichtungen und müssen aktuell viele Überstunden leisten. Sie erhalten ein Grundgehalt und einen gewissen Betrag pro geleistete Überstunde.

- a) Marie arbeitet in einem Krankenhaus. Ihr Gehalt kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$y = 4\,455 + 26 \cdot x$$

(wobei  $x$  für die Anzahl geleistete Überstunden und  $y$  für das Gehalt steht). Bestimme das Grundgehalt und die Auszahlung pro geleistete Überstunde für Marie.

4 455 CHF Grundgehalt	$\Rightarrow 0.5$ P
26 CHF pro Überstunde	$\Rightarrow 0.5$ P

- b) Wie viele Überstunden hat Marie geleistet, wenn ihre Gehaltszahlung 5 313 CHF beträgt? Stelle eine passende Gleichung auf und löse diese.

$4\,455 + 26 \cdot x = 5\,313$	$\Rightarrow 0.5$ P für korrekte Gleichung
$x = \frac{858}{26} = 33$ Stunden	$\Rightarrow 0.5$ P für korrekte Lösung

- c) Tobias und Mario arbeiten in einer anderen Einrichtung als Marie und erhalten daher ein anderes Grundgehalt. Auch der Betrag pro Überstunde ist anders als bei Marie. Am Monatsende vergleichen Tobias und Mario ihre Gehaltsabrechnungen. Dabei stellen sie folgendes fest:

Der Lohn von Tobias mit 35 Überstunden beträgt 5 165 CHF und der von Mario mit 28 Überstunden 4 962 CHF.

Wie hoch ist ihr Grundgehalt?

$35 - 28 = 7$	$\Rightarrow 0.5$ P
$5\,165 - 4\,962 = 203$	$\Rightarrow 0.5$ P
$\frac{203}{7} = 29$	$\Rightarrow 0.5$ P
$5\,165 - 35 \cdot 29 = 4\,150$ oder $4\,962 - 28 \cdot 29 = 4\,150$	$\Rightarrow 0.5$ P

### Aufgabe 5:

Drei unabhängige Aufgaben zur Prozentrechnung. Gib jeweils die ungerundeten Lösungen an.

- a) Die Anzahl Verkehrsunfälle ist im Vergleich zum letzten Jahr um 5 % gestiegen. Wenn sich im letzten Jahr 32 000 Unfälle ereignet haben, wie viele waren es dann in diesem Jahr?

$$32\,000 \cdot 1.05 = 33\,600$$

$\Rightarrow$  0.5 P für die Rechnung, 0.5P für das Resultat

- b) Butter hat einen Fettgehalt von 80 %. Rahm hat einen Fettgehalt von 30 %. Welche Menge Butter enthält genau so viel Fett wie ein 125 g Becher Rahm?

$$125 \cdot 0.3 = 37.5$$

$\Rightarrow$  0.5 P

$$37.5 : 0.8 = 46.875 \text{ g}$$

$\Rightarrow$  0.5 P

- c) Der Kurs einer Aktie ist im Laufe eines Jahres um 50 % gefallen und im nächsten Jahr wieder um 80 % gestiegen. Wie gross war der Zuwachs bzw. die Abnahme der Aktie in diesem Zeitraum in Prozent?

$$x \cdot 0.5 \cdot 1.8 = x \cdot 0.9$$

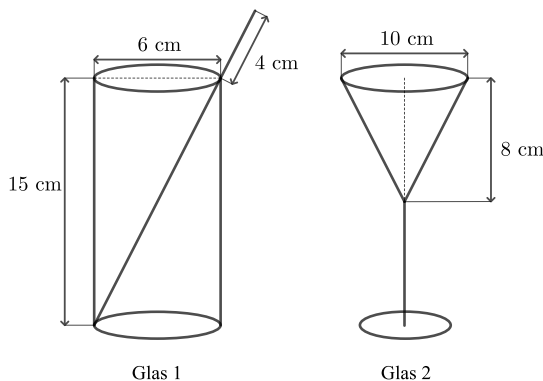
$\Rightarrow$  0.5 P für die Idee

$$0.9 = 90 \% \rightarrow 10 \% \text{ Abnahme}$$

$\Rightarrow$  0.5 P für die korrekte Lösung

### Aufgabe 6:

Für ein Schulfest bereitet eine Klasse alkoholfreie Cocktails zu. Sie haben zwei verschiedene Arten von Gläsern zur Auswahl. Das erste Glas ist zylinderförmig mit einem Durchmesser von 6 cm und eine Höhe von 15 cm. Das zweite Glas hat die Form eines umgekehrten Kegels mit Stiel. Die Höhe des Kegels beträgt 8 cm und der Durchmesser am oberen Rand beträgt 10 cm. Sie überlegen, ob sie beide Gläser oder nur eine Art benutzen sollen und führen dazu verschiedene Berechnungen durch. Hinweis:  $1 \text{ cm}^3$  entspricht 1 ml.



- a) Wie viele Milliliter Saft enthält das Glas 1 bei einer Füllhöhe von 8 cm?

$$V_{\text{Glas 1}} = r^2 \cdot \pi \cdot h = 3^2 \cdot \pi \cdot 8 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für den Term}$$

$$3^2 \cdot \pi \cdot 8 \approx 226.19 \text{ cm}^3 \text{ bzw. ml} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für das korrekte Resultat}$$

- b) Zum Umrühren des Cocktails möchte die Klasse Holzspieße in die Cocktails in Glas 1 stellen (siehe Abbildung). Welche Länge müsste ein Holzspieß mindestens haben, damit er 4 cm aus Glas 1 herausschaut?

$$s = \sqrt{15^2 + 6^2} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für die Raumdiagonale des Zylinders}$$

$$s = \sqrt{15^2 + 6^2} = 3 \cdot \sqrt{29} \approx 16.16 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für das korrekte Resultat}$$

$$\text{Der Holzspieß muss mindestens } 20.16 \text{ cm lang sein.} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für das korrekte Endergebnis}$$

- c) Das Glas 2 wird komplett mit Cocktail gefüllt und diese Flüssigkeit danach in das Glas 1 umgefüllt. Wie hoch steht der Cocktail dann in Glas 1?

$$V_{\text{Glas 2}} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \pi \cdot 8 = \frac{200}{3} \cdot \pi \approx 209.4 \text{ cm}^3 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P das Volumen von Glas 2}$$

$$\frac{200}{3} \cdot \pi = 3^2 \cdot \pi \cdot h \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für die korrekte Gleichung}$$

$$h = \frac{200 \cdot \pi}{3^3 \cdot \pi} = \frac{200}{27} \approx 7.41 \text{ cm} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für das korrekte Resultat}$$

Rechne jeweils mit ungerundeten Resultaten weiter und runde die Endresultate auf zwei Nachkommastellen.

#### Allgemeine Hinweise

- Wird ein falsches Resultat in einer folgenden Teilaufgabe korrekt weiterverwendet, so gilt dies als Folgefehler. Es gibt keinen weiteren Punkteabzug.
- Weiterrechnen mit gerundeten Resultaten hat einmalig einen Abzug von 0.5 P zur Folge.